

## مقایسه دامنه مؤلفه P300 دانشجویان دارای دانش مفهومی و رویه‌ای سطح بالا با دانشجویان دارای دانش مفهومی و رویه‌ای سطح پایین در حل مسائل انتقال

### بین بازنمایی نموداری و جبری تابع

- نجمه فرساد<sup>۱</sup>، \* سید حسن علم الهدایی<sup>۲</sup>، علی مقیمی<sup>۳</sup>، سحر مقیمی<sup>۴</sup>، مهدی جباری نوقایی<sup>۵</sup>
۱. دانشجوی دکتری آموزش ریاضی، گروه ریاضی کاربردی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران
  ۲. استاد گروه ریاضی کاربردی، آموزش ریاضی، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران.
  ۳. استاد گروه زیست شناسی، دانشکده علوم، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران.
  ۴. استادیار برق، مهندسی پزشکی، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران.
  ۵. استادیار آمار، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران.
- (تاریخ وصول: ۹۶/۰۷/۰۵ - تاریخ پذیرش: ۹۶/۱۰/۳۰)

## The Comparison of P300 Amplitude in Students with High and Low Conceptual and Procedural Knowledge on Graphical and Algebraic Representation of Function

Najmeh farsad<sup>1</sup>, \* Hassan Alamolhodaei<sup>2</sup>, Ali Moghimi<sup>3</sup>, Sahar Moghimi<sup>4</sup>, Mehdi Jabbari Nooghabi<sup>5</sup>

1. PhD student of mathematical education, Applied Mathematics Department, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

2. Professor of Applied Mathematics, Mathematical Education, Faculty of Mathematical Sciences, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.

3. Professor of Biology, Faculty of Science, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.

4. Assistant Professor of Electrical Engineering, Medical Engineering, Faculty of Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.

5 Assistant Professor, Faculty of Mathematical Sciences, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.

(Received: JULY.27, 2017 - Accepted: Jan.20, 2018)

### Abstract

**Aim:** Introduction: The aim of this paper was to examine the electrophysiological differences between two groups of students during solving problems on translation between graphical and algebraic representations of functions. **Methods:** The research method of this paper was quantitative and quasi-experimental. We recruited 177 undergraduate male students studying engineering at Ferdowsi University of Mashhad. Using a researcher-made mathematics exam they were divided into two groups; high conceptual and procedural knowledge group (HKG) and low conceptual and procedural knowledge group (LKG). Fourteen individuals were randomly selected from each group and participated in the ERPs experiment. **Findings:** The number of true responses were higher for the HKG compared to the LKG. No significant differences were found between speed of response time of two groups. The ERP results showed that the P300 amplitude for the LKG was significantly higher than that of the HKG over CP5, CP6, P3, PZ, P4, O1 and O2 electrodes. **Conclusion:** It seems possible that the differences between P300 amplitude between LKG and HKG are probably due to different mental strategies adopted by the two aforementioned groups during problem solving.

**Keywords:** P300 amplitude, conceptual and procedural knowledge, graphical and algebraic representation

### چکیده

مقدمه: در این مقاله به کمک پتانسیل‌های وابسته به رویداد (ERPs)، به بررسی تفاوت‌های الکتروفیزیولوژی دو گروه از دانشجویان هنگام حل مسائل انتقال بین بازنمایی نموداری و جبری تابع، پرداخته می‌شود. روش: این پژوهش از نوع کمی و به روش نیمه آزمایشی است. جامعه آماری شامل ۱۷۷ نفر از دانشجویان سال اول رشته‌های مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد هستند که به کمک یک آزمون ریاضی محقق ساخته به دو گروه دانش مفهومی و رویه‌ای سطح بالا (دانش سطح بالا) و گروه دانش مفهومی و رویه‌ای سطح پایین (دانش سطح پایین) تقسیم بندی شدند. از هر گروه ۱۴ نفر به طور تصادفی انتخاب شده و در آزمایش اصلی شرکت کردند. یافته‌ها: نتایج نشان داد که تعداد پاسخ‌های درست در گروه دانش سطح بالا بیشتر از گروه دانش سطح پایین است. تفاوت معناداری بین سرعت پاسخ دو گروه مشاهده نشد. از لحاظ الکتروفیزیولوژی دامنه مؤلفه P300 گروه دانش سطح پایین، بیشتر از گروه دانش سطح بالا در الکترودهای نواحی O2, O1, P4, PZ, P3, CP6, CP5 بود. نتیجه‌گیری: تفاوت دامنه مؤلفه P300 در گروه دانش سطح پایین و دانش سطح بالا موجد این است که افراد دارای دانش سطح بالا نسبت به افراد دارای دانش سطح پایین، از کارکرد مغزی بهینه‌تری برخوردار بوده و از استراتژی متفاوتی برای پردازش اطلاعات در حل مسائل استفاده می‌کنند. نتیجه‌ای که شاید نتوان به راحتی از داده‌های سستی قلم و کاغذی به آن دست یافت.

کلمات کلیدی: دامنه مؤلفه P300، دانش مفهومی و رویه‌ای، بازنمایی نموداری و جبری تابع

## مقدمه

اکثر فراگیران ریاضی در به‌کارگیری و انتقال بین بازنمایی‌های مختلف تابع دچار مشکل هستند (ایون، ۱۹۹۸؛ کارلسون، ۱۹۹۹). دانش مفهومی و رویه‌ای فراگیران به عنوان یکی از جنبه‌های مهم تفاوت بین افراد می‌تواند در این مشکلات نقش داشته باشد. در این مطالعه به مقایسه تفاوت‌های عملکرد ریاضی افراد دارای دانش مفهومی و رویه‌ای سطح بالا (دانش سطح بالا) با افراد دارای دانش مفهومی و رویه‌ای سطح پایین (دانش سطح پایین)، در پاسخگویی به سوالات انتقال از بازنمایی نموداری به بازنمایی جبری تابع پرداخته می‌شود. برای حصول به نتایج دقیق‌تر از پتانسیل‌های وابسته به رویداد (ERPs) که یکی از ابزارهای علوم اعصاب شناختی است، کمک گرفته می‌شود. در واقع علوم اعصاب شناختی، به‌عنوان یک علم سخت<sup>۱</sup>، می‌تواند پاسخ‌هایی واضح، دقیق و مبتنی بر شواهد برای سوالات شناختی ارائه دهد (استرن و اشنایدر، ۲۰۱۰). این اولین بار در جهان است که به روش ERPs به بررسی تفاوت‌های الکتروفیزیولوژی افراد دارای دانش مفهومی و رویه‌ای سطح بالا و سطح پایین در مباحث پیشرفته ریاضی پرداخته می‌شود. لذا امید است که نتایج این تحقیق تأثیر زیادی بر پیشبرد اهداف علوم اعصاب شناختی ریاضی بگذارد.

به اقدامی که برای نمایش یک مفهوم یا رابطه ریاضی به شکلی معین به کار می‌رود، بازنمایی می‌گویند. به عنوان مثال نمودار و خود ضابطه  $f(x) = x^3$  هر کدام یک بازنمایی برای این تابع است. به‌علاوه لفظ بازنمایی برای فرآیندی به کار می‌رود که از یک سو به صورت بیرونی قابل مشاهده است و از سوی دیگر به صورت درونی در ذهن افرادی که به انجام ریاضیات می‌پردازند، اتفاق می‌افتد. برخی از اشکال بازنمایی از قبیل نمایش‌های هندسی و نموداری و عبارت‌های نمادین بخش مهمی از ریاضیات مدارس را تشکیل می‌دهند (شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا، ۲۰۰۰). یک ایده ریاضی می‌تواند اغلب به یک بازنمایی و یا چندین بازنمایی نمایش داده شود. یادگیرنده می‌تواند بین بازنمایی‌های بیرونی از اطلاعات ریاضی، ارتباط برقرار کند. از طرفی، شبکه‌های دانش از طریق ایجاد ارتباط بین بازنمایی‌های درونی ایده‌ها ساخته می‌شود (ایون ۱۹۹۸). بازنمایی‌ها نقش مهمی در فهم تابع ایفا می‌کنند. دانش‌آموزان ابتدا می‌آموزند که مفهوم تابع متشکل از سه زیر مفهوم دامنه، برد و قانونی برای رابطه بین دامنه و برد (دراکتر موارد) است و در مرحله بعد یاد می‌گیرند که توابع می‌توانند در چندین شکل بازنمایی شوند؛ از قبیل نمودار پیکانی، به صورت شفاهی، به صورت نموداری و به صورت جبری (مارکوویتس و همکاران، ۱۹۸۶). بازنمایی جبری و بازنمایی نموداری دو سیستم نمادی بسیار متفاوت هستند و مفهوم

1. Hard

به گزارشات فوق الذکر، می توان به اهمیت بازنمایی های تابع و مبحث انتقال بین بازنمایی ها در ریاضیات دبیرستان و دانشگاه پی برد؛ موضوعی که در مطالعات علوم اعصاب شناختی ریاضی کمتر به آن توجه شده است. دانش مفهومی دانشی است که در آن حقایق و موضوعات مجزا به صورت شبکه ای از اطلاعات، با دیگر شبکه ها بهم پیوند خورده اند. دانش مفهومی از اتصال چندین شبکه از اطلاعات تشکیل شده است (هیبرت و لفور، ۱۹۸۶). دی جانگ و فرگوسن-هسلر (۱۹۹۶)، دانش مفهومی را دانشی ایستا<sup>۱</sup> درباره حقایق، مفاهیم و اصولی معرفی می کنند که در یک حوزه مشخص به کار می روند. دانش مفهومی به مثابه دانش اضافه ای است که مسأله حل کن به مسأله می افزاید تا مسأله را حل کند. از آن سو دانش رویه ای، الگوریتم ها یا قوانین یا رویه هایی برای رسیدن به هدفی معین (به عنوان مثال، حل تکالیف ریاضی) است. (هیبرت و لفور، ۱۹۸۶؛ ریتل-جانسون و اشنايدر، ۲۰۱۴). پژوهشگرانی مانند استار (۲۰۰۵)، بارودی و همکاران (۲۰۰۷) معتقدند که دانش مفهومی و رویه ای را می توان در سطوح پایین دانش، مستقل از هم یافت. اما در سطوح بالای دانش نمی توان آن ها را از یکدیگر تفکیک کرد. در واقع هرچه سطح دانش فراتر می رود، رابطه بین دانش مفهومی و رویه ای غنی تر و متصل تر می شود. بنابراین ما نیز در

ریاضی تابع را به صورت مشترک ساخته و تعریف می کنند (لینهاردت، زاسلاوسکی و استین، ۱۹۹۰). دوبینسکی و ویلسون (۲۰۱۳)، ابراز کردند که دانش آموزان و معلمان ادراک محدودی از انواع متعدد بازنمایی های تابع دارند و بسیاری از آن ها منحصرآ بازنمایی تابع با یک عبارت جبری را ترجیح می دهند. همچنین کالدريمیدو و ایکونومو (۱۹۹۲)، بیان می کنند که دانش آموزان و معلمان ریاضی عموماً از بکاربردن و تفسیر بازنمایی نموداری پرهیز می کنند و بازنمایی جبری را ترجیح می دهند. آن ها علت نگرش منفی دانش آموزان و معلمان به بازنمایی نموداری را به دلایل شناختی (مرتبط با سختی تفسیر اطلاعات یک تصویر) دلایل معرفت شناسی (مربوط به جامعه ریاضی و کتب درسی) و دلایل هیجانی (ناشی از اضطراب و تردید دانش آموزان در کار با بازنمایی های تصویری) نسبت می دهند (به نقل از، گاگاتسیس و شیکالی، ۲۰۰۴، ص ۶۵۵). از طرفی توانایی دانش آموزان در نمایش تابع به شیوه های مختلف و انعطاف پذیری در حرکت از یک بازنمایی به بازنمایی دیگر در ادراک و فهم توابع نقش دارد (مارکوویتس و همکاران ۱۹۸۶؛ آیزنبرگ و دریفوس، ۱۹۹۴؛ توماس و همکاران، ۲۰۱۰؛ ایون، ۱۹۹۸؛ رایدر، ۲۰۰۴). عموماً دانش آموزان در انتقال بین جفت های مختلف از بازنمایی های تابع و انعطاف پذیری در انتقال بین بازنمایی های مختلف تابع مشکل دارند (ایون، ۱۹۹۸؛ کارلسون، ۱۹۹۹). با توجه

1. Static

شناختی (جانسون، ۱۹۸۸؛ کوک، ۲۰۰۱؛ جاست، ۲۰۰۴) و همچنین پردازش‌های شناختی مرتبه بالاتر مثل طبقه بندی و ارزیابی محرک (ویلسون، ۱۹۹۸) است. دامنه P300 رابطه مثبتی با پیچیدگی تکلیف (جانسون، ۱۹۸۸)، پیچیدگی محرک یا خواسته‌های (جانسون، ۱۹۸۸؛ کوک، ۱۹۹۷)، اندازه یا سختی مسأله (باجریک، ۱۹۹۹؛ ویلسون، ۱۹۹۸؛ کیفر و همکاران، ۱۹۹۸، وانگ و همکاران، ۲۰۰۷) و توجه (کوک، ۲۰۰۱؛ پالیچ، ۲۰۰۷) دارد. همچنین وابسته به ماهیت موضوع<sup>۱</sup> (لیکین و همکاران، ۲۰۱۴) و انتخاب استراتژی برای پاسخ به مسأله (نونزینا و همکاران، ۲۰۰۶؛ ۲۰۱۱) است. وایسمن و همکاران (۲۰۱۴) مطالعه‌ای بر روی ۴ گروه از افراد در حل مسائل بازنمایی تابع انجام دادند. آن‌ها نشان دادند که دامنه مؤلفه P300 افرادی که عملکرد ریاضی عالی داشتند ولی دارای بهره هوشی پایین تر از ۱۳۰ هستند، بالاتر از افرادی بود که هم در ریاضیات عالی بودند وهم بهره هوشی بالاتر از ۱۳۰ داشتند. آن‌ها این نتیجه را بیانگر به کارگیری منابع ذهنی بیشتر و توجه به تکلیف دانستند. همچنین لیکین و همکاران (۲۰۱۷) کمتر بودن دامنه مؤلفه P300 در افراد با بهره هوشی بالاتر را در حل مسائل ریاضی (بازنمایی تابع، هندسه و مسائل کلامی) به کارکرد مغزی بهینه تر این افراد نسبت دادند.

تعریف عملیاتی، این دو نوع دانش را از یکدیگر منفک نکردیم و تعریف عملیاتی زیر را برای فردی که دانش مفهومی و رویه‌ای سطح بالایی دارد، برگزیدیم:

داشتن فهم و ادراک از مفاهیم، توانایی تفسیر قوانین و الگوریتم‌ها، انعطاف‌پذیری در به‌کارگیری رویه‌ها، انتخاب و انجام مناسب دستورالعمل‌های حل مسأله با تکیه بر فهم حقایق، توانایی ایجاد ارتباط و اتصال بین مفاهیم و رویه‌ها، داشتن بازنمایی‌های چندگانه از مفاهیم و توانایی برقراری ارتباط بین آن‌ها.

پتانسیل‌های وابسته به رویداد (ERPs)، یکی از ابزارهای علوم اعصاب شناختی است که از دقت زمانی بسیار خوبی در حد میلی ثانیه برخوردار است و برای بررسی رفتارهای شناختی مغز مورد استفاده قرار می‌گیرد. ERPs شامل اجزایی نظیر دامنه، تأخیر و نواحی توزیع روی سر است که به‌طور همزمان تحت تأثیر تحریکات مختلف تغییر می‌یابد. تغییرات در رفتار اجزای ERPs را می‌توان برای مطالعه رفتار فرایندهای شناختی یا احساس مورد بررسی و ارزیابی قرار داد. P300 یکی از مؤلفه‌های ERPs است. این مؤلفه بزرگترین پیک مثبتی است که در شکل امواج بین ۲۰۰ یا ۲۵۰ میلی ثانیه بعد از ارائه محرک تا کمی بعد از آن (۴۰۰ میلی ثانیه برای محرک‌های آسان در تشخیص و ۸۰۰ میلی ثانیه برای محرک‌های مشکل در تشخیص) ظاهر می‌شود (پیکتون، ۱۹۹۲). مؤلفه P300 مرتبط با پردازش

1. Subject-Matter-Dependent

میانی دوطرفی<sup>۱۱</sup>، فعالیت بیشتری نسبت به سایر نواحی در بازنمایی نموداری داشتند. آن‌ها علت را افزایش خواسته‌های توجه فضایی در پردازش نمودارها، نسبت به عبارت‌های جبری دانستند.

هدف اصلی این تحقیق، مقایسه دقت و سرعت پاسخ و پردازش شناختی دانشجویان دارای دانش مفهومی و رویه‌ای سطح بالا با دانشجویان دارای دانش مفهومی و رویه‌ای سطح پایین، در حل مسائل انتقال بین بازنمایی نموداری و جبری تابع با استفاده از ویژگی‌های الکتروفیزیولوژیک ERPs و به‌ویژه مؤلفه P300 است. با توجه به هدف مطالعه حاضر، فرضیه‌های تحقیق به صورت زیر بیان شدند:

۱- تعداد پاسخ‌های درست افراد گروه دانش سطح بالا، نسبت به افراد گروه دانش سطح پایین، بیشتر است.

۲- سرعت پاسخ‌های درست افراد گروه دانش سطح بالا، نسبت به افراد گروه دانش سطح پایین، بیشتر است.

۳- میانگین دامنه مؤلفه P300 افراد گروه دانش سطح پایین، بیشتر از افراد گروه دانش سطح بالا، در پنجره بازنمایی نموداری است.

۴- میانگین دامنه مؤلفه P300 افراد گروه دانش سطح پایین، بیشتر از افراد گروه دانش سطح بالا، در پنجره بازنمایی جبری است.

روش

از طرفی در تحقیقات پیشین به نواحی از مغز که در ریاضیات پیشرفته درگیر می‌شوند، اشاراتی شده است. به عنوان مثال در گزارشی از آمالریک و دیهان (۲۰۱۶)، عنوان شده است که نواحی آهیانه‌ای میانی دوطرفی<sup>۱</sup>، نواحی گیجگاهی تحتانی<sup>۲</sup> و خلفی پیش پیشانی<sup>۳</sup>، با تکالیف ریاضیات پیشرفته شامل آنالیز، جبر، توپولوژی و هندسه فعال می‌شود. همچنین ناحیه آهیانه‌ای خلفی<sup>۴</sup>، (سوهن و همکاران، ۲۰۰۴) و نواحی آهیانه‌ای و پیش پیشانی<sup>۵</sup> (دانکر و اندرسون ۲۰۰۷)، در حل مسائل جبر بیشتر فعال می‌شوند. توماس و همکاران (۲۰۱۰)، نیز در مطالعه خود نشان دادند که قطعه‌های آهیانه‌ای بالایی و خلفی<sup>۶</sup> و شیار درون آهیانه‌ای<sup>۷</sup>، درگیر پردازش توابع ریاضی در هردو شکل جبری و نموداری می‌شود و عنوان کردند این مناطق مشابه مناطقی است که در تکالیف مربوط به اعداد و حساب فعال می‌شود. علاوه بر آن عنوان کردند که قطعه‌های آهیانه‌ای بالایی و خلفی راست و قطعه پیش میخی<sup>۸</sup>، ژيروس عقب مرکزی راست<sup>۹</sup>، ژيروس گیجگاهی میانی راست<sup>۱۰</sup>، ژيروس پس‌سری

1. Bilateral Intraparietal
2. Inferior Temporal
3. Dorsal Prefrontal
4. Posterior parietal
5. Parietal and Prefrontal
6. Posterior superior parietal lobule
7. Intraparietal sulcus
8. Right posterior superior parietal and precuneus
9. Right postcentral gyrus
10. Right middle temporal gyrus

11. Bilateral middle occipital gyrus

جامعه آماری این تحقیق متشکل از ۱۷۷ دانشجوی مرد در سن ۱۸ تا ۲۰ سال دوره لیسانس رشته های مختلف مهندسی بودند که در یک آزمون ریاضی محقق ساخته شرکت کردند. حداکثر نمره قابل حصول در آزمون ریاضی ۱۲ بود که نمرات افراد جامعه حداقل ۱ و حداکثر ۱۲ و میانگین آن  $3/14 \pm 6/60$  به دست آمد. براساس میانگین نمرات، افراد جامعه به دو دسته تقسیم شدند. افرادی که نمره بالاتر از میانگین داشتند؛ در گروه دانش سطح بالا و افرادی که نمره پایین تر از میانگین داشتند؛ در گروه دانش سطح پایین قرار گرفتند. ۸۵ نفر در گروه دانش سطح بالا قرار گرفتند که دارای نمره  $9/25 \pm 1/63$  و با محدوده نمره ۷-۱۲ و ۸۳ نفر در گروه دانش سطح پایین قرار گرفتند که دارای نمره  $3/89 \pm 1/65$  و با محدوده نمره ۱-۶ بودند. حجم نمونه با استفاده از نرم افزار PASS برای هر گروه ۱۴ نفر برآورد شد. ابتدا افراد چپ دست کنار گذاشته شدند، سپس ۱۶ نفر به طور تصادفی از هر گروه انتخاب شدند. ۴ نفر از این افراد (دو نفر از هر گروه) به دلایل موجه از آزمون کنار گذاشته شدند. در نهایت ۱۴ نفر از هر گروه در آنالیزهای اصلی شرکت داده شدند که براساس پرسشنامه دست برتری ادینبورگ، همگی راست دست شناخته شدند و هیچکدام سابقه بیماری‌های عصبی یا روانی نداشتند. تمامی مراحل انجام آزمایش‌ها بر اساس اصول و ضوابط اخلاق پژوهشی بین‌المللی و مصوبات

کمیته اخلاق پژوهشی دانشگاه فردوسی مشهد برای تحقیقات انسانی انجام گرفت و رضایت نامه‌های لازم از آن‌ها دریافت شد. همچنین به خاطر شرکت در آزمون هدیه‌ای دریافت کردند.

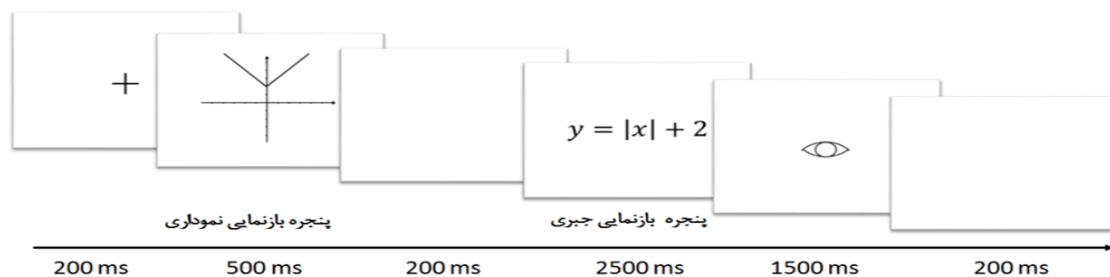
#### ابزار پژوهش

به منظور تفکیک شرکت‌کنندگان به دو گروه دانش سطح بالا و دانش سطح پایین، در حوزه انتقال بین بازنمایی نموداری و جبری تابع، آزمون ریاضی محقق ساخته‌ای طراحی شد. برای طراحی این آزمون از معلمان باتجربه و منابع معتبر کمک گرفته شد و تعریف عملیاتی دانش مفهومی و رویه‌ای، ملاک قرار گرفت. همچنین روایی صوری و روایی محتوایی آزمون به کمک پرسشنامه از متخصصان امر، سنجیده شد. ضریب تأیید (CVC)  $76/95$  به دست آمد که نشان دهنده مطلوب بودن روایی آزمون بود. علاوه بر آن پایایی آزمون از روش آلفای کرونباخ محاسبه شد و مقدار  $0/85$  به دست آمد.

#### ۲- محرک

محرک‌های مطالعه حاضر از نوع دیداری و شامل نمودارها و ضابطه‌های تابع سهمی و تابع قدرمطلق به فرم  $y = \pm|x \pm a| \pm b$  و  $y = \pm(x \pm a)^2 \pm b$  بودند؛ که  $a, b \in \{0.1.2.3\}$ . اگر  $a \neq 0$  آنگاه  $b=0$  و اگر  $b \neq 0$  آنگاه  $a=0$ . همچنین  $a$  و  $b$  همزمان ۰ نبودند. توابع روی محورها از ۵- تا ۵ رسم شده بودند و مکان اعداد روی محورها فقط با تیک مشخص شده بود. همه نمودارها به

۲۰۰ میلی ثانیه صفحه سفید ظاهر می‌شد. سپس جواب پیشنهادی که ضابطه تابع بود، روی صفحه به مدت حداکثر ۲۵۰۰ میلی ثانیه یا کمتر، یعنی تا زمانی که فرد دکمه پاسخ را فشار دهد، ظاهر می‌شد (پنجره بازنمایی جبری). سپس نماد یک چشم به مدت ۱۵۰۰ میلی ثانیه نمایش داده می‌شد که به معنی آزادی پلک زدن بود. دوباره صفحه به مدت ۲۰۰ میلی ثانیه سفید شده و بعد از آن کوشش بعدی به همین ترتیب نمایش داده می‌شد (شکل ۱ را ببینید). آزمودنی‌ها به هنگام نمایش پاسخ بر صفحه باید تصمیم‌گیری می‌کردند که پاسخ ارابه شده صحیح است یا غلط و اگر صحیح است دکمه پاسخ را فشار دهند. به آن‌ها تاکید شده بود که سعی کنند به سوالات با دقت و با سرعت مناسب پاسخ دهند.



شکل ۱. مثالی از نمایش محرک‌ها در یک کوشش

CZ, PZ از ناحیه میانی، ۲ الکتروود بر ناحیه قدامی<sup>۱</sup> (F3, F4)، ۲ الکتروود بر ناحیه مرکزی<sup>۲</sup> (P3, C4)، ۲ الکتروود بر ناحیه آهیانه‌ای<sup>۳</sup> (P3, C4)

1. Frontal  
2. Eentral  
3. Parietal

رنگ مشکی روی زمینه سفید و در مرکز صفحه مانیتور ۱۷ اینچی با وضوح ۱۲۸۰ × ۷۲۰ طراحی شده بودند. برنامه‌ی نمایش محرک‌ها به کمک نرم‌افزار **MATLAB** طراحی شد.

### ۱- تکلیف

تکلیف شامل ۲۰۰ کوشش بود. ۱۲۰ کوشش غلط و ۸۰ کوشش صحیح، طراحی شده بود. کوشش‌ها به صورت ۱۰ بلوک ۲۰ تایی مرتب شده بود. بعد از ارابه هر بلوک زمان استراحت کوتاهی در نظر گرفته شده بود. تعداد کوشش‌ها از تابع سهمی و تابع قدرمطلق برابر بود. هر کوشش شامل ۶ پنجره بود. اولین پنجره صفحه‌ای سفید با علامت + بود که در وسط مانیتور به مدت ۲۰۰ میلی ثانیه ظاهر می‌شد. سپس نمودار تابع به مدت ۵۰۰ میلی ثانیه نمایش داده می‌شد (پنجره بازنمایی نموداری). بعد به مدت

### ۳- ثبت الکتروفیزیولوژی

داده‌های الکتروفیزیولوژی توسط دستگاه ثبت EEG، ۳۲ کاناله انجام گرفت که ۱۴ الکتروود فعال (active electrodes) آن بر روی کلاه ثبت (g.GAMMAcap, Austria) قرار می‌گرفتند. ۴ الکتروود روی مکان‌های FPZ, FZ،

و آزمودنی دکمه پاسخ را فشار داده بود) برای تحلیل در نظر گرفته شدند. فیلتر ۰.۵ تا ۳۰ هرتز نرم‌افزاری، بر روی همه کانال‌های EEG اعمال شد. داده‌های کوشش‌هایی که دارای آرتیفکت بودند، حذف شدند داده‌های EEG در کوشش‌های هدف در هر کانال و برای هر آزمودنی به قسمت‌هایی از ۲۰۰- تا ۵۰۰ میلی ثانیه برای پنجره بازنمایی نموداری و ۲۰۰- تا ۷۰۰ میلی ثانیه برای پنجره بازنمایی جبری تقسیم بندی شدند. سپس در این قسمت‌ها تصحیح بیس لاین انجام شد. به این صورت که میانگین ۲۰۰ میلی ثانیه قبل از شروع هر پنجره، از کل همان پنجره کم شد. سپس این قسمت‌ها از کوشش‌های هدف در هر کانال برای هر آزمودنی میانگین‌گیری شدند. از طریق مشاهده میانگین بزرگ<sup>۵</sup> ERPs<sup>۶</sup> ی کل افراد هر گروه در هر کانال، مؤلفه P300 از قطعه زمانی ۲۰۰-۴۰۰ میلی ثانیه از پنجره بازنمایی نموداری و از قطعه زمانی ۳۰۰-۵۰۰ میلی ثانیه از پنجره بازنمایی جبری برای تحلیل در نظر گرفته شد. آنالیزها برای دامنه مؤلفه P300 هم در پنجره بازنمایی نموداری و هم در پنجره بازنمایی جبری انجام شد. برای به دست آوردن دامنه مؤلفه‌ها، بیشترین پیک مثبت موج در قطعه زمانی موردنظر در نظر گرفته شد (با توجه به مقاله پیکتون و

(P3, P4)، ۲ الکتروود بر ناحیه مرکز-آهیانه‌ای<sup>۱</sup> (CP5, CP6) و ۲ الکتروود بر ناحیه پس‌سری<sup>۲</sup> (O1, O2) نصب شدند. الکتروود زمین بر ناحیه FCZ قرار گرفت و الکتروود مرجع، میانگین الکتروودهای لاله گوش چپ و راست در نظر گرفته شد.

ثابت ERPs در یک اتاق شیلد<sup>۳</sup> انجام گرفت. روز قبل از ثبت درمورد شرایط و ملاحظات ثبت، به آزمودنی‌ها توضیح داده شد. بلندگو و میکروفون به منظور ارتباط آزمونگر با آزمودنی و دوربین مداربسته به منظور اطلاع از وضعیت او در اتاق نصب شده بود. فیلتر سخت افزاری دستگاه از ۰.۵ تا ۶۰ هرتز تنظیم شد. فرکانس نمونه برداری ۵۱۲ هرتز بود. به منظور کنترل متغیرهای مزاحم، قبل از شروع ثبت از آزمودنی‌ها خواسته شد مقدار هوشیاری و اضطراب خود را بر روی نموداری که از ۰ تا ۱۰ مدرج شده بود، علامت بزنند. همچنین پرسشنامه‌ای بعد از ثبت در اختیار آزمودنی‌ها قرار گرفت تا درمورد استراتژی‌هایشان برای حل سوالات، توضیحاتی بنویسند.

۴-تحلیل داده‌های الکتروفیزیولوژی و رفتاری

از نرم‌افزار MATLAB برای آماده‌سازی و از نرم‌افزار آماری SPSS نگارش ۲۲ برای تحلیل داده‌ها استفاده شد. پنجره‌های زمانی بازنمایی نموداری و جبری از کوشش‌های هدف<sup>۴</sup> (کوشش‌هایی که پاسخ آنها صحیح بود

5 . Epoch  
6 . Grand Average

1. Centro-parietal  
2 . Occipital  
3. Shield  
4 . Target trials



همکاران، ۲۰۰۰). برای توصیف داده‌ها از میانگین و خطای استاندارد و برای تحلیل داده‌ها از آزمون‌های آنالیز واریانس با اندازه‌های تکراری و آزمون استودنت استفاده شد. فرض‌های زیربنایی برای استفاده از این آزمون‌ها لحاظ شد. فاکتورهای آنالیز واریانس عبارت بودند از فاکتورهای درون گروهی و بین گروهی. فاکتور درون گروهی "تقسیم طولی" با پنج سطح "ناحیه قدامی"، "ناحیه مرکزی"، "ناحیه مرکز-آهیانه‌ای"، "ناحیه آهیانه‌ای" و "ناحیه پس‌سری" بود. نواحی قدامی شامل میانگین دامنه مؤلفه P300 در الکترودهای F3, FZ, F4، نواحی مرکزی شامل میانگین دامنه مؤلفه P300 در الکترودهای C3, CZ, C4، نواحی مرکز-آهیانه‌ای شامل میانگین دامنه مؤلفه P300 در الکترودهای CP5, CP6، نواحی آهیانه‌ای شامل میانگین دامنه مؤلفه P300 در الکترودهای P3, PZ, P4 و نواحی پس‌سری شامل میانگین دامنه موج P300 در الکترودهای O1, O2 بودند.

به منظور تحلیل داده‌های رفتاری، میانگین زمان پاسخ و تعداد پاسخ‌های درست فقط برای کوشش‌های هدف و همچنین مقدار کارایی<sup>۱</sup> در نظر گرفته شد. برای توصیف داده‌ها از میانگین و خطای استاندارد و برای تحلیل داده‌ها از آزمون استودنت استفاده شد.

#### یافته‌ها

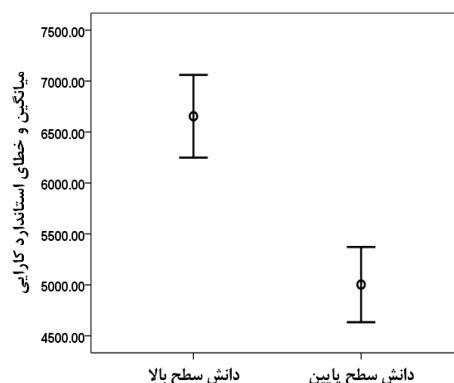
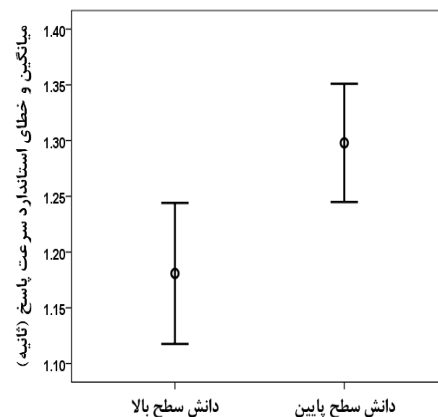
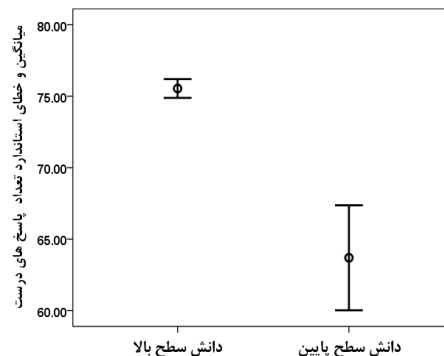
$$1. \text{Efficacy} = (\text{Correct response} / \text{RT}) \times 100$$

میانگین نمره کارایی (خطای استاندارد)	میانگین سرعت پاسخ (خطای استاندارد)	میانگین تعداد پاسخ‌های درست (خطای استاندارد)	
۶۶۵۴/۹۲(۴۰۵/۹۳)	۱/۱۸(۰/۰۶)	۷۵/۵۴(۰/۶۶)	گروه دانش سطح بالا
۵۰۰۲/۷۱(۳۶۹/۰۹)	۱/۳۰(۰/۰۵)	۶۳/۶۹(۳/۶۷)	گروه دانش سطح پایین

جدول ۱. میانگین تعداد پاسخ‌های درست (خطای استاندارد) از حداکثر نمره ۸۰ و سرعت پاسخ (خطای استاندارد) برحسب ثانیه و نمره کارایی در دو گروه دانش سطح بالا و دانش سطح پایین

(A) میانگین و خطای استاندارد تعداد پاسخ‌های درست دانشجویان گروه دانش سطح بالا و گروه دانش سطح پایین (از حداکثر تعداد ۸۰)، (B) میانگین و خطای استاندارد سرعت پاسخ دانشجویان گروه دانش سطح بالا و گروه دانش سطح پایین (برحسب ثانیه)، (C) میانگین و خطای استاندارد نمره کارایی دانشجویان گروه دانش سطح بالا و گروه دانش سطح پایین.

نتایج الکتروفیزیولوژی بر پنجره بازنمایی نموداری نیز به این صورت بود. آنالیز واریانس با اندازه‌های تکراری برای دامنه مؤلفه P300 با در نظر گرفتن فاکتور درون گروهی "تقسیم طولی" با پنج سطح "ناحیه قدامی"، "ناحیه مرکزی"، "ناحیه مرکز-آهیانه‌ای"، "ناحیه آهیانه‌ای" و "ناحیه پس‌سری" و فاکتور بین گروهی "گروه" در پنجره بازنمایی نموداری نشان داد که "تقسیم طولی"  $F(1/97, 51/26) = 3/64, p = 0/034$  و "گروه"  $F(1, 26) = 4/41, p = 0/046$  معنی‌دار بودند. اثر متقابل گروه و تقسیم طولی  $p = 0/498$ ،  $F(1/97, 51/26) = 0/70$  معنی‌دار نبود. اما با برآورد پارامترها مشخص شد که در نواحی مرکز-آهیانه‌ای  $(p = 0/022)$ ، اختلاف میانگین دو گروه  $(1/354)$ ، آهیانه‌ای  $(p = 0/011)$  اختلاف



شکل ۲. نمودارهای میله‌ای خطا برای میانگین و خطای استاندارد

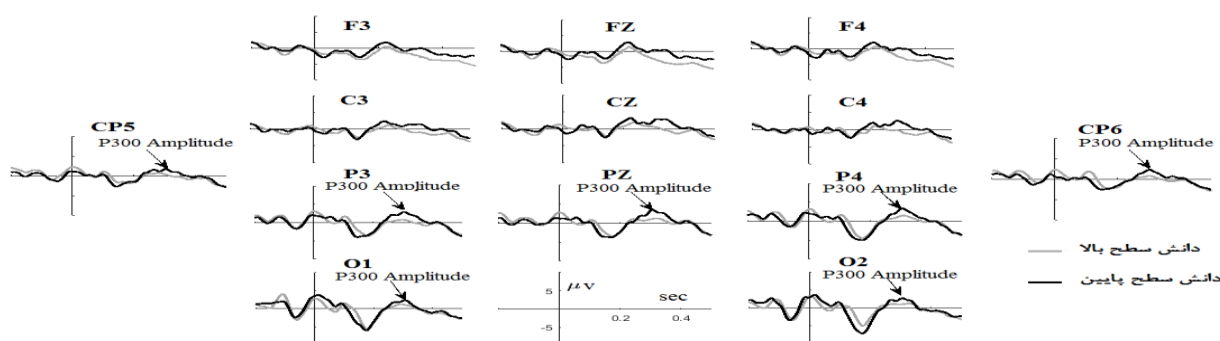
میانگین دو گروه (۲/۰۰۸) و پس سری (p=۰/۰۴۶) اختلاف میانگین دو گروه (۱/۳۱۰) اثر گروه معنی دار است، ازین رو مقایسه دو گروه روی الکترودهای این نواحی انجام گرفت. آزمون استودنت بر الکترودهای نواحی CP5, CP6, CP5, CP6, P3, PZ, P4, O1, O2 نشان داد که در ناحیه CP5 (t(۲۶)=۲/۱۲, p=۰/۰۴۳)، ناحیه CP6 (t(۲۶)=۲/۵۵, p=۰/۰۱۷)، ناحیه P3 (t(۲۶)=۲/۶۶, p=۰/۰۳۶)، ناحیه PZ (t(۲۶)=۲/۲۱, p=۰/۰۰۸)، ناحیه P4 (t(۲۶)=۲/۸۹, p=۰/۰۰۸)، ناحیه O1 (t(۲۴)=۲/۹۹, p=۰/۰۱۷) و ناحیه O2

۲/۵۷) دامنه مؤلفه P300 در گروه دانش سطح پایین به طور معناداری بالاتر از گروه دانش سطح بالا بود (جدول ۲ و شکل ۳ را ببینید). در شکل ۳ نمودارهای میانگین بزرگ ERPs کل افراد دانش سطح بالا در مقایسه با کل افراد دانش سطح پایین در الکترودهای نواحی O2, O1, P4, PZ, P3, CP6, CP5, C4, CZ, C3, F4, FZ, F3 نمایش داده شده است. که فقط در نواحی O2, O1, P4, PZ, P3, CP6, CP5 اختلاف دامنه مؤلفه P300 دو گروه معنی دار است. بنابراین فرضیه سوم در الکترودهای نواحی O2, O1, P4, PZ, P3, CP6, CP5 تایید می شود.

گروه دانش سطح پایین - میانگین دامنه مؤلفه P300  
گروه دانش سطح بالا - میانگین دامنه مؤلفه P300

O2	O1	P4	PZ	P3	CP6	CP5
* ۱/۵۷	** ۱/۹۰	** ۱/۸۷	* ۲/۰۲	* ۲/۱۳	* ۱/۳۰	* ۱/۴۱

جدول ۲. اختلاف میانگین دامنه مؤلفه P300 در گروه دانش سطح بالا و دانش سطح پایین (بر حسب  $\mu V$ ) در پنجره بازنمایی نموداری  
 $0.01 \leq p \leq 0.05^*$ ,  $0.001 \leq p \leq 0.01^{**}$ ,  $p \leq 0.001^{***}$



شکل ۳. نمودارهای میانگین بزرگ ERPs افراد گروه دانش سطح بالا (۱۴ نفر) و گروه دانش سطح پایین (۱۴ نفر) در پنجره بازنمایی نموداری در الکترودهای نواحی مختلف مغز

نتایج الکتروفیزیولوژی بر پنجره بازنمایی جبری نیز به شرح زیر است. آنالیز واریانس با اندازه‌های تکراری برای دامنه مؤلفه P300 با در نظر گرفتن فاکتور درون گروهی "تقسیم طولی" با پنج سطح "ناحیه قدامی"، "ناحیه مرکزی"، "ناحیه مرکز-آهیانه‌ای"، "ناحیه آهیانه‌ای" و "ناحیه پس سری" و فاکتور بین گروهی "گروه" در پنجره بازنمایی جبری انجام شد که فقط فاکتور "تقسیم

سطح "ناحیه قدامی"، "ناحیه مرکزی"، "ناحیه مرکز-آهیانه‌ای"، "ناحیه آهیانه‌ای" و "ناحیه پس سری" و فاکتور بین گروهی "گروه" در پنجره بازنمایی جبری انجام شد که فقط فاکتور "تقسیم

طولی"  $(F(2/17, 56/49) = 5/18, p = 0/007)$  معنادار بود. یعنی اختلاف میانگین دامنه مؤلفه P300 در سطوح مختلف فاکتور تقسیم طولی معنادار بود. همچنین اگرچه میانگین دامنه مؤلفه P300 در گروه دانش سطح پایین  $(0/541 \pm 4/95)$  بیشتر از گروه دانش سطح بالا  $(3/84 \pm 0/541)$  بود اما این نتیجه از لحاظ آماری معنادار نبود  $(F(1, 26) = 2/12, p = 0/157)$ . بنابراین فرضیه چهارم رد می‌شود.

### بحث و نتیجه گیری

در این مطالعه تفاوت‌های رفتاری و الکتروفیزیولوژی دو گروه متفاوت از دانشجویان هنگام حل مسائل انتقال بین بازنمایی نموداری و جبری تابع، با استفاده از ERPs مورد بررسی قرار گرفت. دانشجویان دارای دانش سطح بالا و دانش سطح پایین در حوزه مربوطه بودند. محرک‌های تکلیف از نوع دیداری و شامل نمودارها (بازنمایی نموداری) و ضابطه‌های (بازنمایی جبری) تابع سهمی و تابع قدرمطلق بود. دانشجویان مکلف بودند در صورت انطباق ضابطه با نمودار تابع دکمه پاسخ را فشار دهند. تحلیل‌ها برای تعداد پاسخ‌های درست، سرعت پاسخ، نمره کارایی و دامنه مؤلفه P300 انجام گرفت.

نتایج رفتاری نشان داد که تعداد پاسخ‌های درست در گروه دانش سطح بالا بیشتر از گروه دانش سطح پایین است. این نتیجه مطابق با انتظار محققان بود؛ زیرا با توجه به تعریف عملیاتی افراد دارای دانش سطح بالا، پیش‌بینی می‌شد که تعداد پاسخ‌های درست افراد گروه دانش سطح بالا

بیشتر از افراد گروه دانش سطح پایین باشد. علاوه بر این در مطالعات پیشین مشخص شد که تعداد پاسخ‌های درست افراد با توانایی شناختی بالاتر بیشتر از تعداد پاسخ‌های درست افراد با توانایی شناختی پایین‌تر است. (دودونوا و دودونو، ۲۰۱۳). همچنین وایسمن و همکاران (۲۰۱۶) نشان دادند که افراد با استعداد عمومی نسبت به افراد با استعداد و افراد برتر در ریاضی نسبت به افراد فاقد برتری از تعداد پاسخ صحیح بالاتری برخوردار هستند. همچنین نتایج این تحقیق همسو با تحقیق بوث و همکاران (۲۰۰۷) است. تحقیق آن‌ها حاکی از آن است که دانش‌آموزان دارای دانش مفهومی سطح بالا، نسبت به دانشجویان دارای دانش مفهومی سطح پایین، در به‌کارگیری رویه‌ها برای حل مسائل توانا تر هستند. به علاوه فقدان دانش مفهومی باعث می‌شود که آن‌ها از رویه‌های اشتباه برای حل مسائل استفاده کنند.

نتیجه بعدی رفتاری حاکی از آن بود که میانگین زمان پاسخ در دو گروه به لحاظ آماری معنادار نیست. شاید به این علت که افراد گروه دانش سطح بالا زمان پاسخشان را به نفع دقت پاسخ افزایش داده بودند. دراهیم و همکاران (۲۰۱۶) نشان دادند که افراد با توانایی بالا در آزمون "task switching" نسبت به افراد با توانایی پایین تمایل بیشتری به بالابردن زمان پاسخ به نفع افزایش تعداد پاسخ‌های درست دارند. در صورتی که افراد با توانایی پایین‌تر، دقت پاسخ را قربانی سرعت پاسخ می‌کردند و تمایل داشتند که

برخوردار بوده و میزان توجه بالاتری را به خود اختصاص داده است. علاوه بر آن با توجه به وابستگی دامنه مؤلفه P300 با انتخاب استراتژی (نونزپنا و همکاران، ۲۰۰۶؛ ۲۰۱۱) می‌توان این نتیجه را به استراتژی متفاوت افراد دارای دانش سطح پایین، برای پردازش اطلاعات در بازنمایی نموداری دانست. از طرفی با توجه به مطالعه وایسمن و همکاران (۲۰۱۴) و لیکین و همکاران (۲۰۱۷) می‌توان نتیجه گرفت که افراد دارای دانش سطح بالا نسبت به افراد دارای دانش سطح پایین، منابع مغزی کمتری را برای توجه و پردازش تکالیف اختصاص داده و از کارکرد مغزی بهینه‌تری برخوردارند.

نتیجه الکتروفیزیولوژی بعدی نشان داد که در پنجره بازنمایی جبری، دامنه مؤلفه P300 در هر دو گروه تقریباً یکسان است. با توجه به پیشینه پژوهش درباره رابطه بین دامنه این مؤلفه با میزان توجه و پردازش‌های شناختی، این نتیجه بدان معنی است که میزان توجه و پردازش‌های شناختی در هر دو گروه در بازنمایی جبری، تقریباً یکسان بوده است. با عنایت به یافته قبلی مبنی بر تفاوت دو گروه در دامنه مؤلفه P300 در پنجره بازنمایی نموداری، توجیه احتمالی برای این یافته به صورت زیر است:

اولاً، مؤلفه P300 وابسته به ماهیت محرک است (لیکین و همکاران، ۲۰۱۴) و با توجه به اذعان لینهاردت و همکاران (۱۹۹۰) ماهیت محرک در دو پنجره بازنمایی نموداری و جبری متفاوت است. دوماً، با توجه به تحقیقات پیشین بازنمایی

سوالات را با سرعت بیشتری پاسخ دهند. با بررسی نمره شاخص کارایی مشخص شد که افراد گروه دانش سطح بالا از نمره کارایی بالاتری نسبت به افراد گروه دانش سطح پایین برخوردارند. این دو نتیجه در کنار هم نشان می‌دهد که افراد گروه دانش سطح بالا نسبت به افراد گروه دانش سطح پایین سوالات را با دقت بیشتر و سرعت متناسب پاسخ داده بودند.

یافته‌های الکتروفیزیولوژی نشان داد که در پنجره بازنمایی نموداری، دامنه مؤلفه P300 در افراد دارای دانش سطح پایین، در ۷ الکتروود از مغز بیشتر از افراد دارای دانش سطح بالا بود. این الکتروودها عبارت بودند از CP5,CP6,P3,PZ,P4,O1,O2. با توجه به پیشینه تحقیق، این نتیجه توجیه‌پذیر است. اولاً این الکتروودها روی نواحی (گیجگاهی، آهیانه‌ای و پس‌سری) هستند که بیشتر درگیر ریاضیات پیشرفته و مسائل جبری می‌شوند (آمالریک و دیهان، ۲۰۱۶؛ سوهن و همکاران، ۲۰۰۴؛ دانکر و اندرسون، ۲۰۰۷؛ توماس و ویلسون، ۲۰۱۰). دوماً با توجه به رابطه مثبت دامنه مؤلفه P300 با خواسته‌های ادراکی تکلیف (جانسون ۱۹۸۸؛ کوک، ۱۹۹۷)، پیچیدگی تکلیف (جانسون، ۱۹۸۸) و میزان توجه (کوک، ۲۰۰۱؛ پالیچ، ۲۰۰۷) می‌توان گفت؛ خواسته‌های ادراکی در بازنمایی نموداری برای افراد دارای دانش سطح پایین، بیشتر از افراد دارای دانش سطح بالا بوده است. حل این مسائل برای افراد دارای دانش سطح پایین، از پیچیدگی و سختی بیشتری

در مجموع، همانطور که در مقدمه اشاره شد؛ بازنمایی‌ها نقش مهمی در ادراک و فهم توابع دارند. با توجه به نتایج پژوهش، می‌توان بر اهمیت آموزش دانش مفهومی و رویه‌ای عمیق در مبحث بازنمایی نموداری، در مسائل مربوط به تابع تاکید کرد. در این صورت بار شناختی مغز برای حل مسائل تابع کمتر شده و از ظرفیت مغز به طور موثرتری استفاده خواهد شد.

**تقدیر و تشکر:** این تحقیق با حمایت مالی دانشگاه فردوسی مشهد (کد ۳/۲۷۹۱۰) و ستاد راهبری توسعه علوم و فناوری‌های شناختی (کد ۲۴۶) انجام گرفته است.

نموداری نسبت به بازنمایی جبری برای دانش‌آموزان سخت‌تر بوده و درک دانش‌آموزان نسبت به آن محدودتر می‌باشد (دوینسکی و ویلسون، ۲۰۱۳؛ گاتسیس و شیکالی، ۲۰۱۰). بنابراین، این عوامل باعث شده تا تنها در پنجره بازنمایی نموداری اثر تفاوت گروه مشخص شود. نتایجی که در این تحقیق از داده‌های الکتروفیزیولوژی حاصل شد، به راحتی توسط داده‌های سنتی قلم و کاغذی قابل حصول نیست. بنابراین داده‌های حاصل از علوم اعصاب شناختی در کنار روش‌های سنتی متداول، می‌تواند در جهت پیشبرد اهداف آموزش ریاضی مثر ثمر باشد.

#### منابع

- Amalric, M., & Dehaene, S. (2016). Origins of the brain networks for advanced mathematics in expert mathematicians. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 113(18), 4909-4917.
- Bajrič, J., Rösler, F., Heil, M., & Hennighausen, E. (1999). On separating processes of event categorization, task preparation, and mental rotation proper in a handedness recognition task. *Psychophysiology*, 36(3), 399-408.
- Baroody, A. J., Feil, Y., & Johnson, A. R. (2007). An alternative reconceptualization of procedural and conceptual knowledge. *Journal for research in mathematics education*, 115-131.
- Booth, J. L., Koedinger, K. R., & Siegler, R. S. (2007, January). The effect of prior conceptual knowledge on procedural performance and learning in algebra. In *Proceedings of the Cognitive Science Society* (Vol. 29, No. 29).
- Carlson, M. (1999). A Study Of Second Semester Calculus Students' Function Conceptions. Published in *Proceeding of PME 23*.
- Danker, J. F., & Anderson, J. R. (2007). The roles of prefrontal and posterior parietal cortex in algebra problem solving: A case of using cognitive modeling to inform neuroimaging data. *Neuroimage*, 35(3), 1365-1377.
- De Jong, T., & Ferguson-Hessler, M. G. (1996). Types and qualities of knowledge. *Educational psychologist*, 31(2), 105-113.
- Dodonova, Y. A., & Dodonov, Y. S. (2013). Faster on easy items, more accurate on difficult ones: Cognitive ability and performance on a task of varying difficulty. *Intelligence*, 41(1), 1-10.

- Draheim, C., Hicks, K. L., & Engle, R. W. (2016). Combining reaction time and accuracy: The relationship between working memory capacity and task switching as a case example. *Perspectives on Psychological Science, 11*(1), 133-155.
- Dubinsky, E., Wilson, R. T. (2013). High school students' understanding of the function concept. *Journal of Mathematical Behavior 32*. 83-101
- Eisenberg, T., & Dreyfus, T. (1994). On understanding how students learn to visualize function transformations. *Research in collegiate mathematics education, 1*, 45-68.
- Even, R. (1998). Factors involved in linking representations of functions. *Journal of Mathematical Behavior, 17*, 105-121.
- Gagatsis, A., & Shiakalli, M. (2004). Ability to translate from one representation of the concept of function to another and mathematical problem solving. *Educational psychology, 24*(5), 645-657.
- Johnson, R. (1988). The amplitude of the P300 component of the event-related potential: Review and synthesis. *Advances in psychophysiology, 3*, 69-137.
- Jost, K., Beinhoff, U., Hennighausen, E., & Rösler, F. (2004). Facts, rules, and strategies in single-digit multiplication: evidence from event-related brain potentials. *Cognitive Brain Research, 20*(2), 183-193.
- Hibert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. *Conceptual and procedural knowledge; The case of mathematics*, 1-23.
- Kiefer, M., Marzinzik, F., Weisbrod, M., Scherg, M., & Spitzer, M. (1998). The time course of brain activations during response inhibition: evidence from event-related potentials in a go/no go task. *Neuroreport, 9*(4), 765-770.
- Kok, A. (1997). Event-related-potential (ERP) reflections of mental resources: a review and synthesis. *Biological psychology, 45*(1), 19-56.
- Kok, A. (2001). On the utility of P3 amplitude as a measure of processing capacity. *Psychophysiology, 38*(3), 557-577.
- Leikin, R., Leikin, M., & Waisman, I. (2017). What Is Special About the Brain Activity of Mathematically Gifted Adolescents?. In *Creativity and Giftedness* (pp. 165-181). Springer, Cham.
- Leikin, M., Waisman, I., Shaul, S., & Leikin, R. (2014). Brain activity associated with translation from a visual to a symbolic representation in algebra and geometry. *Journal of integrative neuroscience, 13*(01), 35-59.
- Leinhardt, G., Zaslavsky, O., Kay Stein, M. (1990). Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching. *Review of Educational Research, Vol. 60, No. 1*, pp. 1-64
- Markovits, Z., Eylon, B. S., & Bruckheimer, M. (1986). Functions today and yesterday. *For the learning of mathematics, 6*(2), 18-28.
- NCTM, N. (2000). Principles and standards for school mathematics.
- Núñez-Peña, M. I., Cortiñas, M., & Escera, C. (2006). Problem size effect and processing strategies in mental arithmetic. *Neuroreport, 17*(4), 357-360.
- Núñez-Peña, M. I., Gracia-Bafalluy, M., & Tubau, E. (2011). Individual

- differences in arithmetic skill reflected in event-related brain potentials. *International Journal of Psychophysiology*, 80(2), 143-149.
- Picton, T. W. (1992). The P300 wave of the human event-related potential. *Journal of clinical neurophysiology*, 9(4), 456-479.
- Polich, J. (2007). Updating P300: an integrative theory of P3a and P3b. *Clinical neurophysiology*, 118(10), 2128-2148.
- Rider, R. L. (2004). The Effects of Multi-Representational Methods on Students' Knowledge of Function Concepts in Developmental College Mathematics.
- Rittle-Johnson, B., & Schneider, M. (2014). Developing conceptual and procedural knowledge of mathematics. *Oxford handbook of numerical cognition*, 1102-1118.
- Sohn, M. H., Goode, A., Koedinger, K. R., Stenger, V. A., Fissell, K., Carter, C. S., & Anderson, J. R. (2004). Behavioral equivalence, but not neural equivalence—neural evidence of alternative strategies in mathematical thinking. *Nature neuroscience*, 7(11), 1193-1194.
- Star, J. R. (2005). Reconceptualizing procedural knowledge. *Journal for research in mathematics education*, 404-411.
- Stern, E., & Schneider, M. (2010). A digital road map analogy of the relationship between neuroscience and educational research.
- Thomas, M. O., Wilson, A. J., Corballis, M. C., Lim, V. K., & Yoon, C. (2010). Evidence from cognitive neuroscience for the role of graphical and algebraic representations in understanding function. *ZDM*, 42(6), 607-619.
- Waisman, I., Leikin, M., Shaul, S., & Leikin, R. (2014). Brain Activity Associated with Translation between Graphical and Symbolic Representations of Functions in Generally Gifted and Excelling in Mathematics Adolescents. *International Journal of Science & Mathematics Education*, 12(3).
- Wang, L., Xu, G., Yang, S., Song, Y., Wei, Y., & Yan, W. (2007). Research on Event Related Potential Elicited by Number Recognizing and Arithmetic Calculating. In *Noninvasive Functional Source Imaging of the Brain and Heart and the International Conference on Functional Biomedical Imaging, 2007. NFSI-ICFBI 2007. Joint Meeting of the 6th International Symposium on* (pp. 247-250). IEEE.
- Waisman, I., Leikin, M., & Leikin, R. (2016). Brain activity associated with logical inferences in geometry: focusing on students with different levels of ability. *ZDM*, 48(3), 321-335.
- Wilson, G. F., Swain, C. R., & Ullsperger, P. (1998). ERP components elicited in response to warning stimuli: The influence of task difficulty. *Biological Psychology*, 47(2), 137-158.